

# 简明战斗数值

# 0.引子

## 0.1 游戏中的数值

330 345 北 15 30 东北 60 75 东 105

1 M14爆头  
2 酷跑专家

酷跑专家

第1/50  
PLAYERUNKNOWN'S BATTLEGROUNDS  
绝地求生 全军出击

您已远离演习指定安全区域 快速前往

大吉大利，晚上吃鸡!

双排 第1 淘汰 0 玩家

奖励 +654

经验 712

今日已达上限

排名奖励	+648
输出奖励	+6
淘汰奖励	+0

基础奖励 548

输出奖励 164

M14爆头

淘汰 6 玩家

奖励 +748

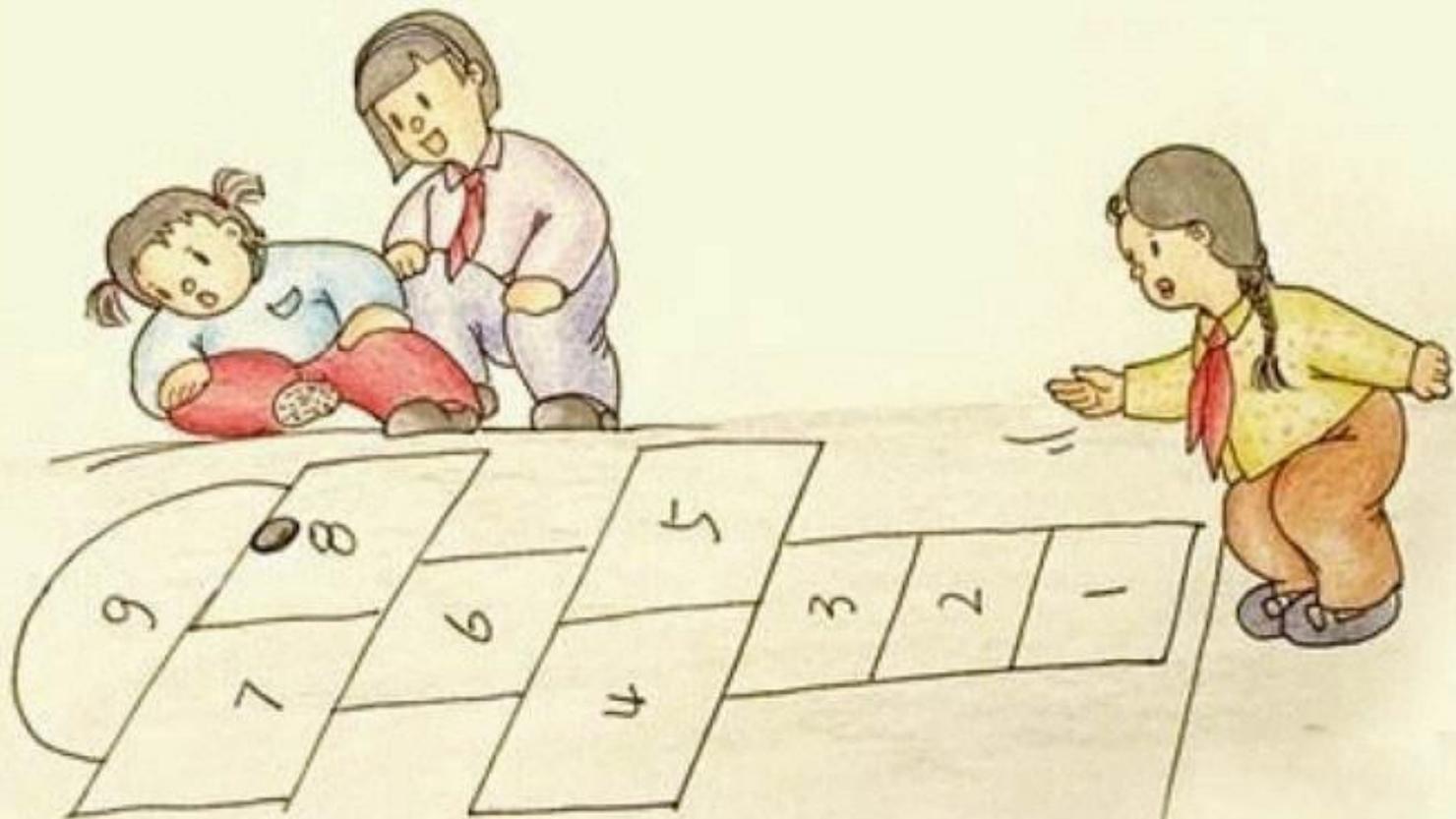
147676644802

158ms

勇夺第一!  
分享得现金红包

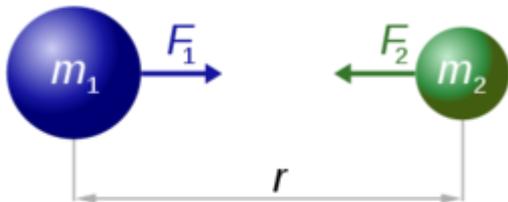
分享结算

结束本局

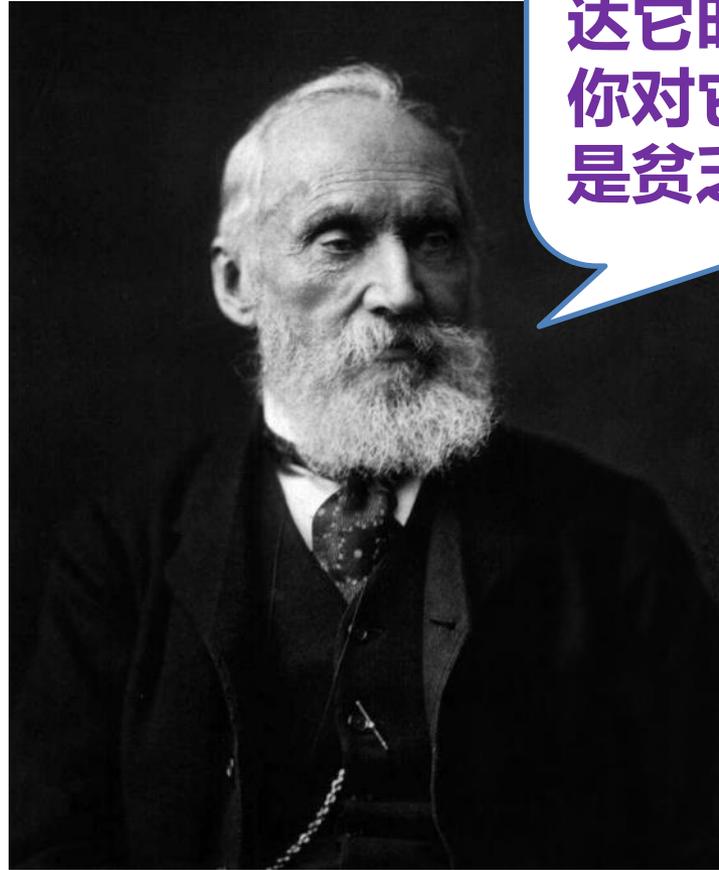


# 0.2 游戏数值是什么

## 游戏规则的体现



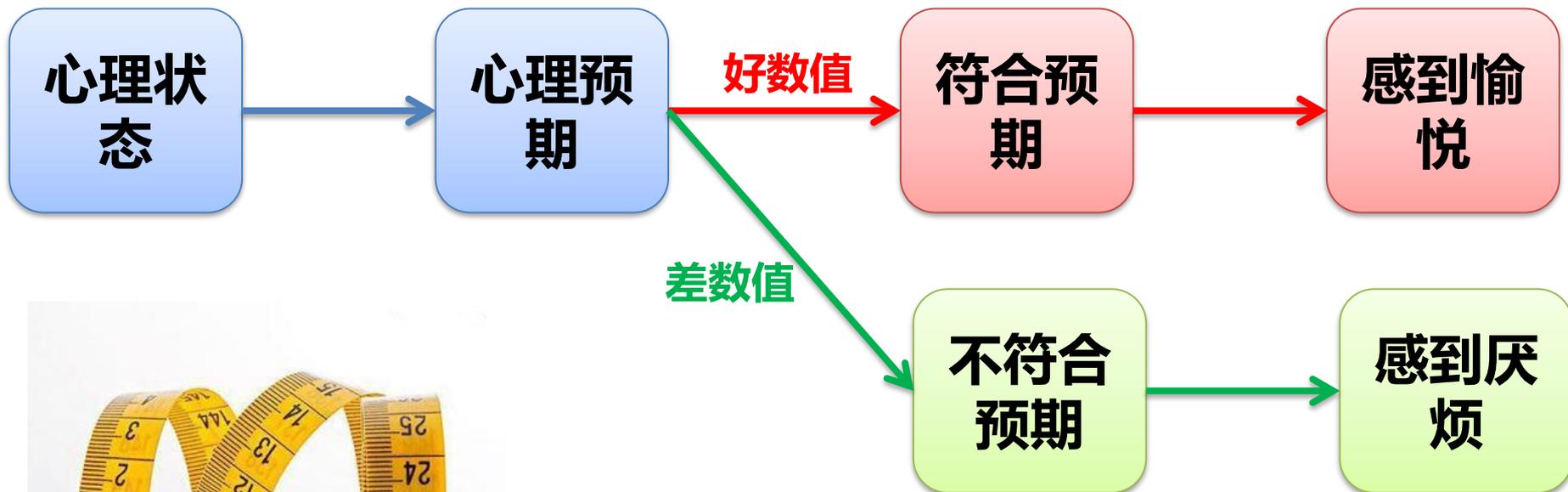
$$F_1 = F_2 = G \frac{m_1 \times m_2}{r^2}$$



无法以**数字**表达它时，说明你对它的所知是贫乏的

开尔文男爵  
威廉·汤姆森

## 0.3 为什么要做好数值



**尺度拿捏  
恰到好处**

**做人做事  
有分寸**

## 0.4 尺度、分寸在哪里

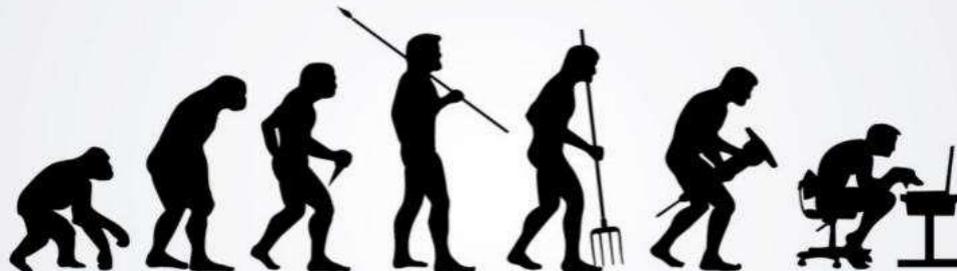


寻找时间以及  
处理多个时间  
之间的关系

Time = {T1,  
T2, T3...Tn}

# 0.5 最常见两类数值问题

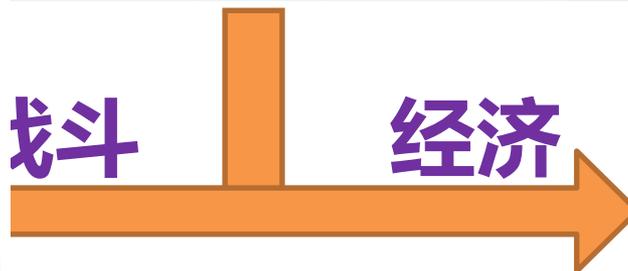
多久就跪  
(战斗结束) ?



多久财富  
自由 (毕  
业) ?

战斗

经济

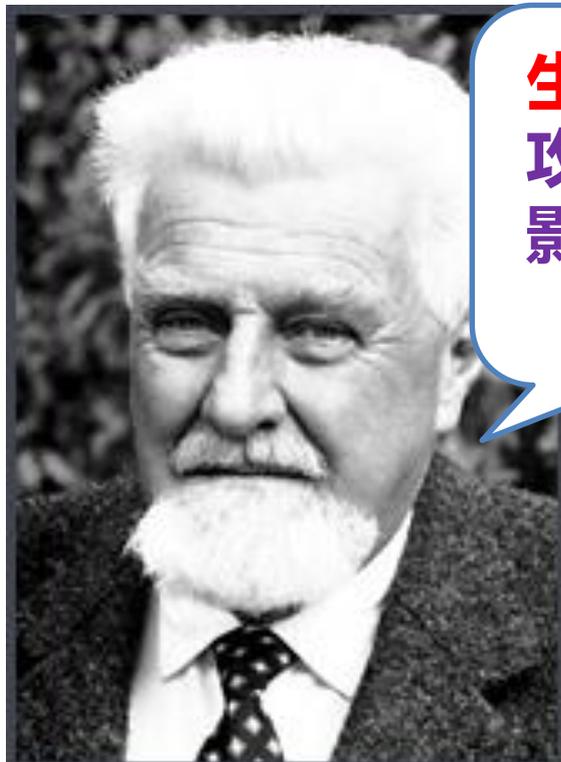


# 目录

1. 游戏和战斗 **动机部分**
2. 最简单的战斗 **基础知识**
3. 基于攻减防的战斗 **重点掌握**
4. 经典游戏的伤害公式 **心中有数**
5. 多单位之间的战斗 **了解即可**
6. 总结

# 1. 游戏和战斗

## 1.1 战斗是一种需求



**生存需求**  
攻击强弱  
影响物种  
延续

动物学家、习性学家  
康罗·洛伦兹



**心里需求**  
制造死亡  
是人类的  
本能

精神病医师、精神分析学家  
西格蒙德·弗洛伊德

# 1.2与人斗，其乐无穷



**战前：谋划决策**

**战中：血腥厮杀**

**战后：成王败寇**

## 1.3 现实模拟



# 1.4 适合展现



**刺激感：视听效果**

**掌控感：丰富元素**

**征服感：改变生态**

# 2.最简单的战斗

## 2.1 一个战例

任务指引：  
这怪掉蜡  
烛

HP:100  
DPS:20



VS

你不能拿  
走我的蜡  
烛!

HP:90  
DPS:8



**血量 (HP)** : HP为0, 角色死亡

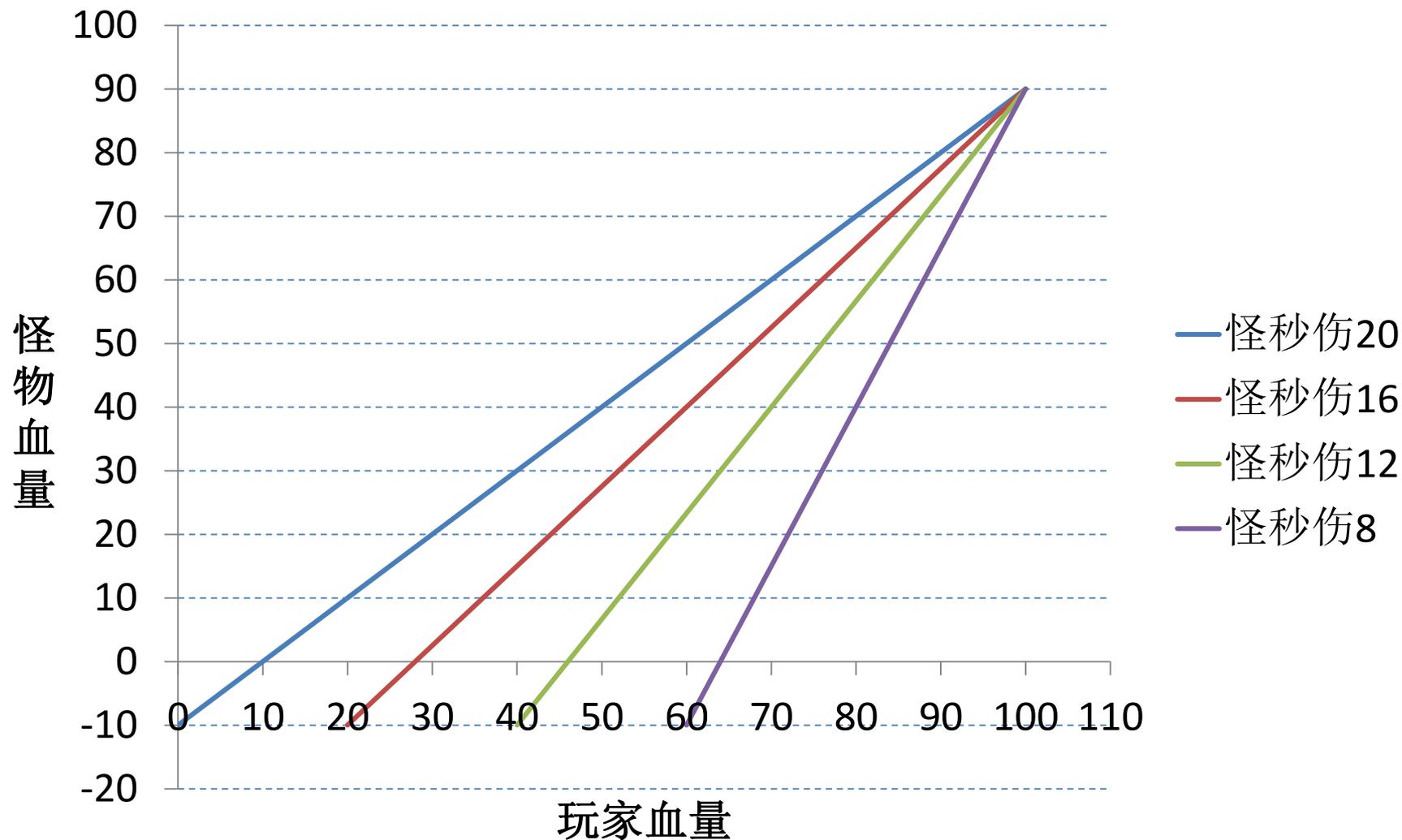
**秒伤 (DPS)** : 每秒造成伤害, 角色伤害输出效率

## 2.2 战斗过程表

	暗夜盗贼	狗头人
DPS	20	8
时间	暗夜盗贼 当前HP	狗头人 当前HP
0	100	90
1	92	70
2	84	50
3	76	30
4	68	10
5	60	-10

## 2.3 不同秒伤的敌人

战斗过程图



## 2.4 1v1数学模型

怪物杀死玩家时间

玩家杀死怪物时间

$$\text{HP\_玩家/DPS\_怪物} \geq < \text{HP\_怪物/DPS\_玩家}$$



$$\text{HP\_玩家} * \text{DPS\_玩家} > = < \text{HP\_怪物} * \text{DPS\_怪物}$$

如果  $>$  , 玩家胜

如果  $=$  , 双方平

如果  $<$  , 玩家负

胜负关键值：血量和秒伤的乘积

结论：1V1的战斗，秒伤和血量的乘积是关键值，  
该值大者胜

←←←结论党需要记住



# 游戏中的战斗力



最早引入  
极度推崇  
伤害计算

首页 > (艾欧尼亚) > 个人信息 关注

被赞 104 次

**战斗力**  
11018

最近常用英雄

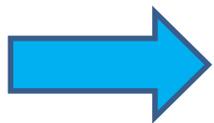
匹配模式	S3排位赛	战斗力评估	胜点	总场次	胜率	胜场	负场
类型	段位/级别						
5v5单双排	最强王者	817	0	0	0%		



系统评分  
不影响伤害计算

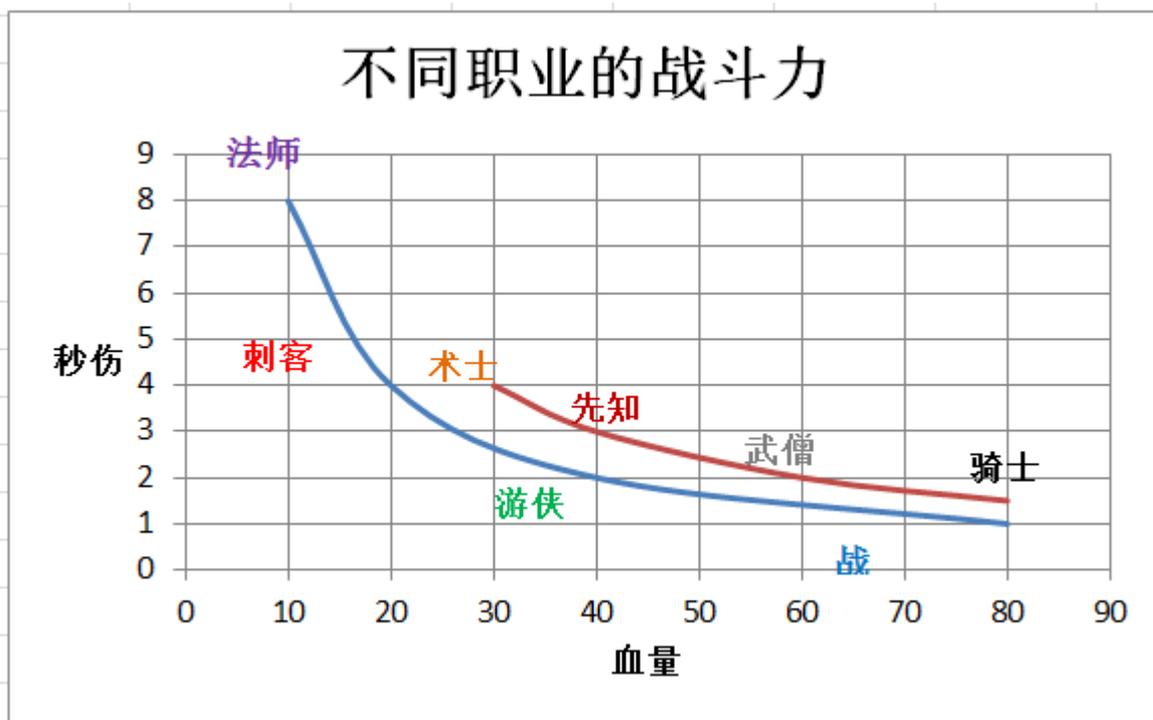
## 2.6 战斗力定义

反映某单位战斗能力强弱的数值呈现



$$\text{战斗力} = \text{血量} * \text{秒伤}$$

职业	血量	秒伤	战斗力
法师	10	8	80
刺客	20	4	80
游侠	40	2	80
战士	80	1	80
术士	30	4	120
先知	40	3	120
武僧	60	2	120
骑士	80	1.5	120



装备GS、道行、修为

类战力数值  $\neq$  战斗力

等级80 人类战士

无

人物状态

名称 刻骨铭心☆

队伍

目标 自动匹配 邀请

方士	射手	甲士	魅者	医!
魅力小天	霸气刑天	奈何清风	染指温漾	为爱九天
等级: 69级	等级: 109级	等级: 109级	等级: 69级	等级: 69级
修为: 138.0	修为: 139.0	修为: 139.0	修为: 139.0	修为: 127.5
修炼: 0.0				

队伍信息

申请列表

潜能 89077337 相性点 0

金 木 水 火 土

0 0 13 5 35

## 2.7 攻击频率

秒伤 = 单次伤害/攻击间隔 = 单次伤害 \* 攻击频率

战斗力 = 血量 \* 秒伤 = 血量 \* 单次伤害 \* 攻击频率



伤害+10



攻速+10%

解方程

$$X + 10 > = X * (1 + 0.1)$$

$$X > = 100$$

### 3.基于攻減防的战斗

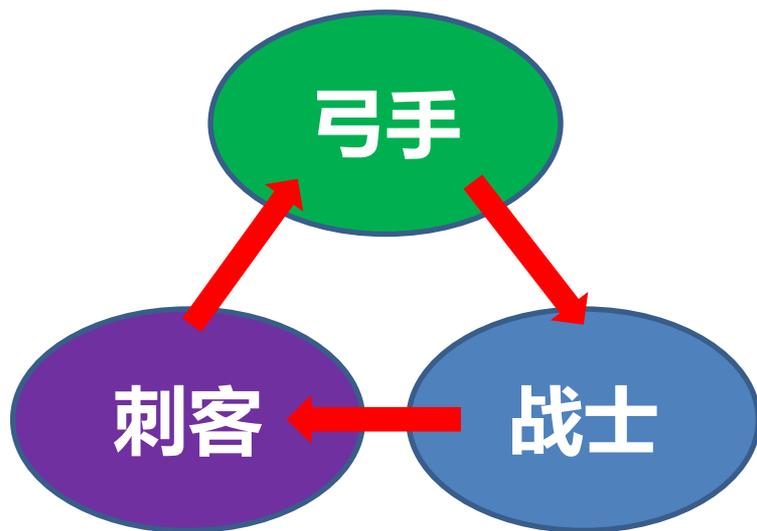
**伤害 = 攻击 - 防御**

# 3.1 战斗力的相对性

玩家战斗力:  $(\text{ATK\_玩家} - \text{DEF\_怪物}) * F\_玩家 * \text{HP\_玩家}$

怪物战斗力:  $(\text{ATK\_怪物} - \text{DEF\_玩家}) * F\_怪物 * \text{HP\_怪物}$

	弓手	战士	刺客
血量	1000	1000	1000
攻击	50	100	25
防御	0	20	10
攻击频率	1	0.25	3
对弓手战斗力	50000	25000	75000
对战士战斗力	30000	20000	15000
对刺客战斗力	40000	22500	45000



## 3.2 属性选择



伤害+10



攻速+10%

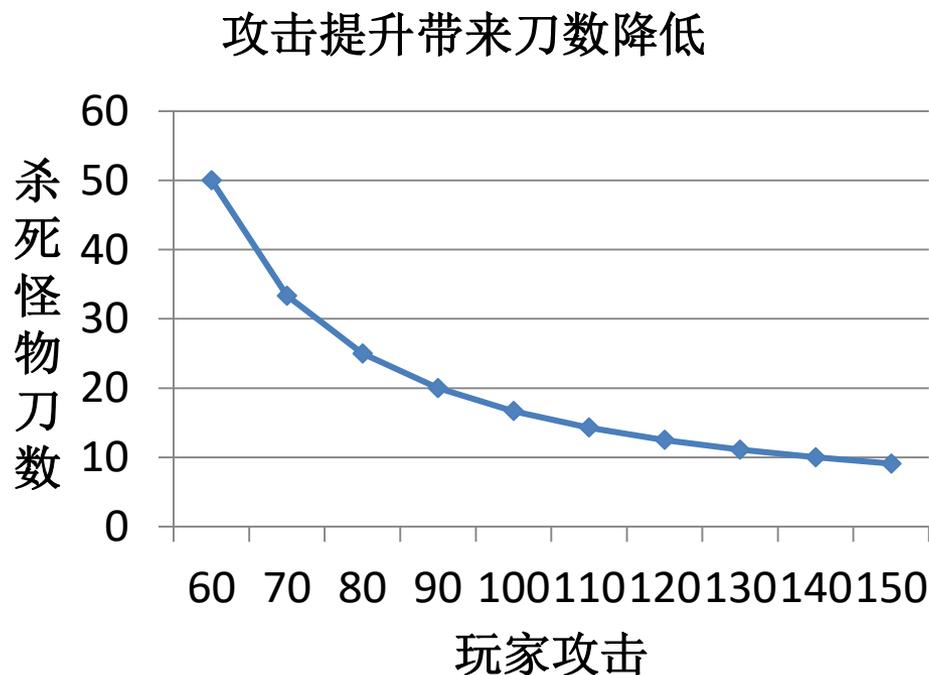
$(\text{ATK\_玩家} * \text{F\_玩家} - \text{DEF\_怪物} * \text{F\_玩家}) * \text{HP\_玩家}$

**发现：攻减防公式，ATK比F好，对手防御越高越明显**

延伸：设计上对攻速属性的补偿

## 3.3攻击收益趋势

玩家攻	怪物防	怪物血	伤害	杀怪刀数
50	40	1000	10	100
60	40	1000	20	50
70	40	1000	30	33.33333
80	40	1000	40	25
90	40	1000	50	20
100	40	1000	60	16.66667
110	40	1000	70	14.28571
120	40	1000	80	12.5
130	40	1000	90	11.11111
140	40	1000	100	10
150	40	1000	110	9.090909

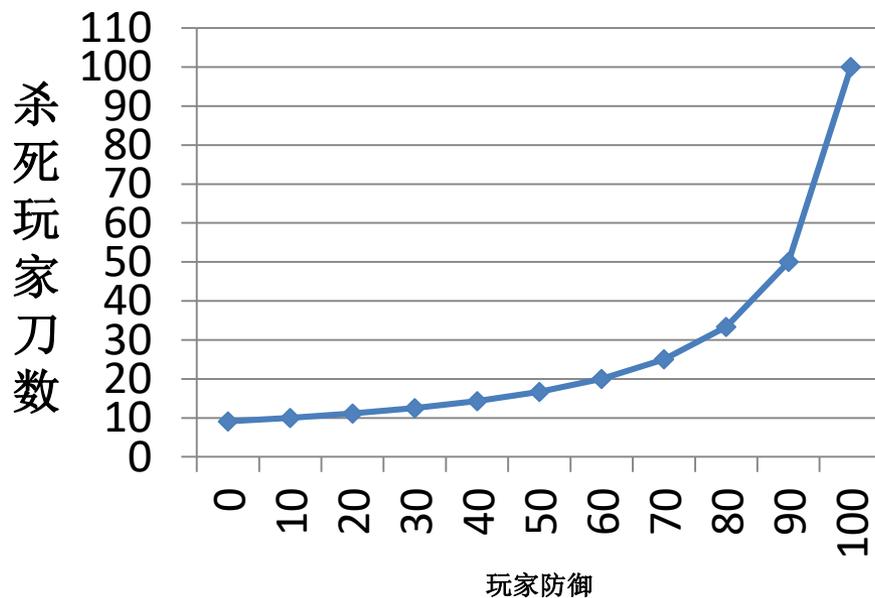


**发现：攻击提升带来所需刀数降低效果在逐渐递减**

# 3.4 防御收益趋势

怪物攻	玩家防	玩家血	伤害	杀玩家刀数
110	0	1000	110	9.090909
110	10	1000	100	10
110	20	1000	90	11.11111
110	30	1000	80	12.5
110	40	1000	70	14.28571
110	50	1000	60	16.66667
110	60	1000	50	20
110	70	1000	40	25
110	80	1000	30	33.33333
110	90	1000	20	50
110	100	1000	10	100

防御提升带来刀数增加



**发现：防御提升带来所需刀数增加效果在逐渐递增**

## 3.5没有固定价值



**发现： ATK or DEF ? 还是要看具体数值环境**

# 4.经典游戏的伤害公式

## 4.1 暗黑破坏神II

**伤害期望 = 伤害 \* 命中率**

**命中率 = 等级修正 \* 命中防御修正**



**等级修正 =  $2 * \text{攻方角色等级} / (\text{攻方角色等级} + \text{挨打角色等级})$**



**命中防御修正 =  $\text{攻方命中值} / (\text{攻方命中值} + \text{挨打方防御值})$**

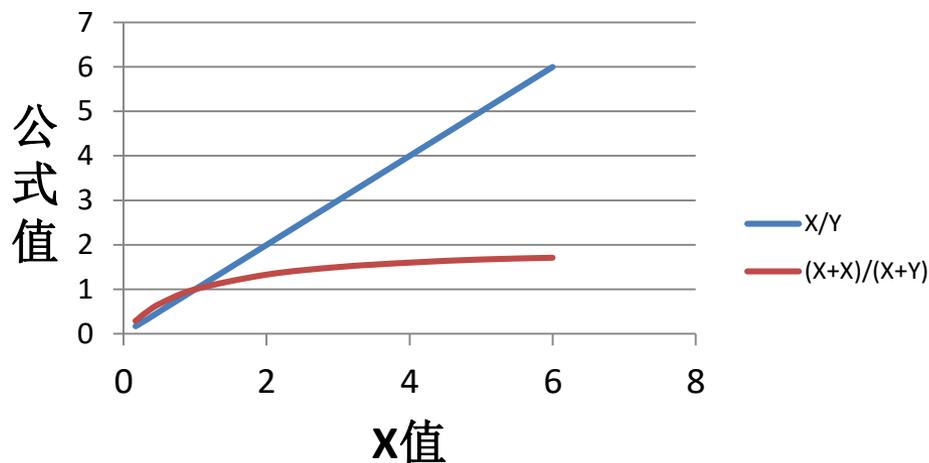
**引申：欧美游戏里的防御、护甲、闪避、减伤**

# 公式要点: $2*X / (X + Y)$

→  $(X + X) / (X + Y)$  对比  $X/Y$

X	Y	X/Y	$(X+X)/(X+Y)$
0.166667	1	0.17	0.29
0.2	1	0.2	0.33
0.25	1	0.25	0.4
0.333333	1	0.33	0.5
0.5	1	0.5	0.67
1	1	1	1
2	1	2	1.33
3	1	3	1.5
4	1	4	1.6
5	1	5	1.67
6	1	6	1.71

公式对比效果 (Y=1)



效果: 结果有极限值, 无论X过小或者过大, 结果分布在有限区间内

延伸: 游戏里很多数值成长趋势都采用本公式或变种

## 4.2 英雄无敌III

**最终伤害 = 伤害\* (1 + 攻防修正 + 各种正修正%)**

**\*各种负修正%**

**攻击 >= 防御**

**攻防修正 = (攻击 - 防御) \* 5% 不高于400%**

**攻击 < 防御**

**攻防修正 = (攻击 - 防御) \* 2.5% 不低于-70%**



**分析：再次说明减法公式里防御价值不固定，需对防御进行“数值压缩”**

**延伸：你看到的数字大小不表示实际效能**

各种正修正% =  $X1\% + X2\% + \dots + Xn\%$  Why????

各种负修正% =  $(1 - Y1\%)*(1-Y2\%)*\dots*(1-Yn\%)$

正修正%

$$1+0.1+0.2+0.3+0.4 = 2$$

对比

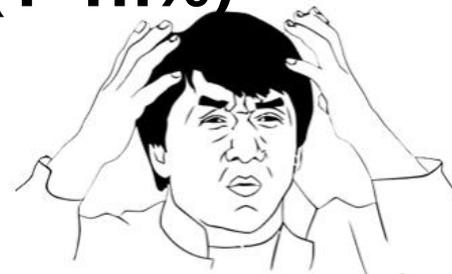
$$(1+0.1)*(1+0.2)*(1+0.3)*(1+0.4) = 2.4024$$

负修正%

$$(1-0.1)*(1-0.2)*(1-0.3)*(1-0.4) = 0.3024$$

对比

$$1-0.1-0.2-0.3-0.4 = 0$$



利滚利不敢想

要留点活路

分析：理解公式的实际含义，有利于发现设计原因

## 4.3 魔兽争霸III

护甲  $\geq 0$

伤害 = 护甲类型修正 \* 原始伤害 / (1 + 0.06 \* 护甲)

护甲  $< 0$

伤害 = 护甲类型修正 \* 原始伤害 / (2 - 0.94<sup>(-护甲)</sup>)

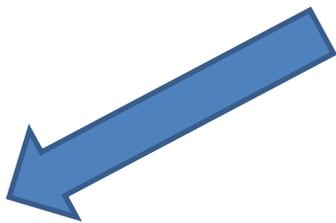
护甲类型修正：一张二维表 体现兵种克制

	轻甲	中甲	重甲	建筑	英雄	无甲
普通	1	1.5	1	0.7	1	1
穿刺	2	0.75	1	0.35	0.5	1.5
攻城	1	0.5	1	1.5	0.5	1.5
魔法	1.25	0.75	2	0.35	0.5	1
混乱	1	1	1	1	1	1
技能	1	1	1	1	0.7	1
英雄	1	1	1	0.5	1	1

**公式本质：伤害 = 伤害 / 护甲修正**



**存活刀数 = 血量 / 伤害 = 护甲修正 \* 血量 / 伤害**

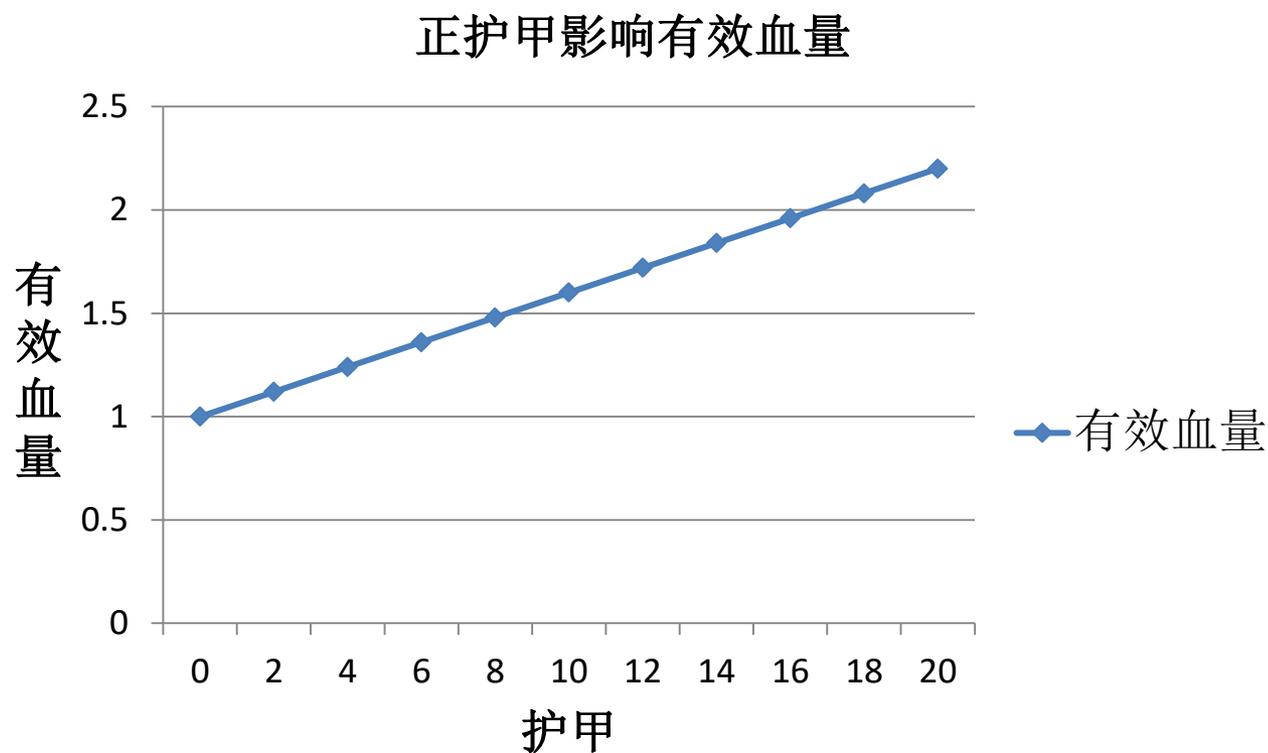


**概念：有效血量 = 护甲修正 \* 血量**

**延伸：所有防御向属性都可以增加有效血量  
闪避、暴击抗性、格挡等**

护甲  $\geq 0$  , 护甲修正 =  $1 + 0.06 * \text{护甲}$

护甲	有效血量
0	1
2	1.12
4	1.24
6	1.36
8	1.48
10	1.6
12	1.72
14	1.84
16	1.96
18	2.08
20	2.2

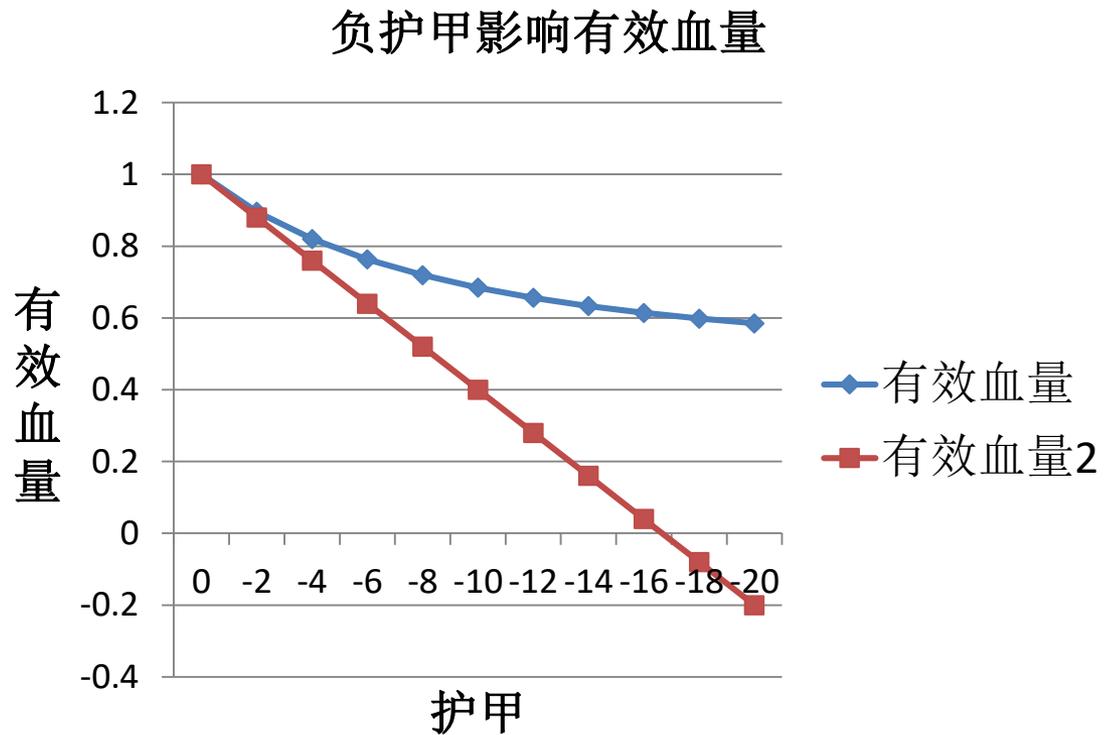


发现：护甲对有效血量增加成线性效果

护甲  $\leq 0$  , 护甲修正 =  $2 - 0.94^{(-护甲)}$

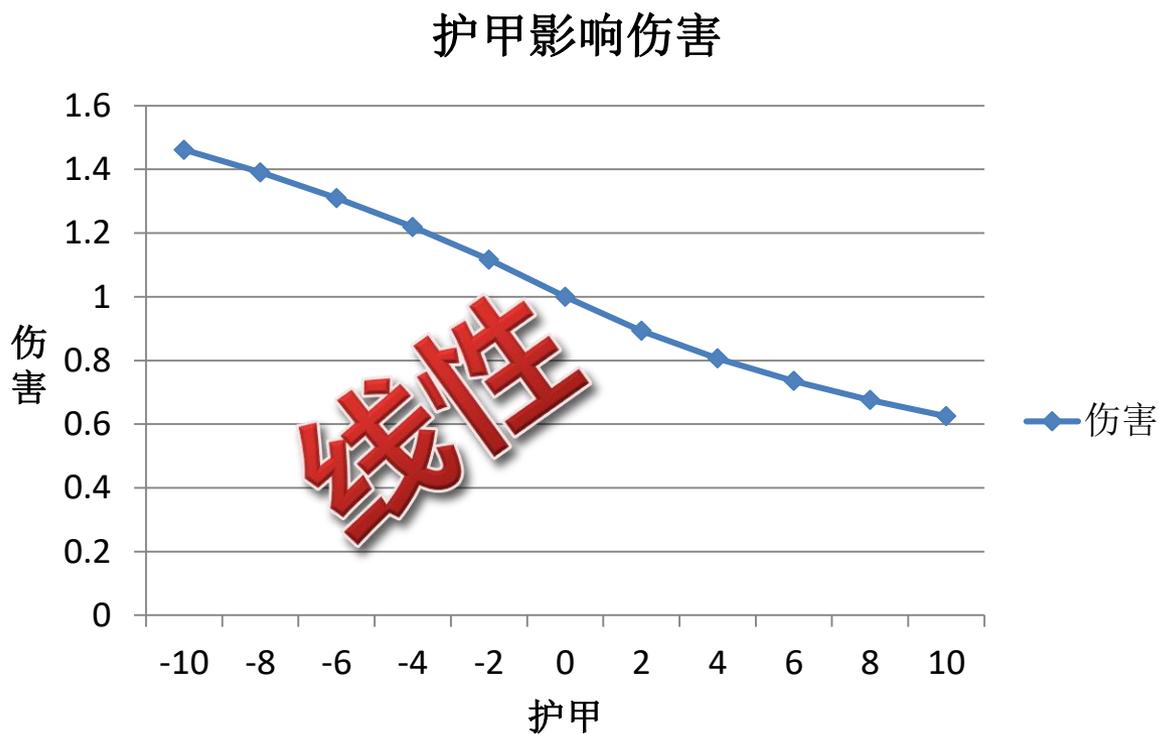
疑问：为什么不沿用 护甲修正 =  $1 + 0.06 * 护甲$

护甲	有效血量	有效血量2
0	1	1
-2	0.895736	0.88
-4	0.820176	0.76
-6	0.763283	0.64
-8	0.719201	0.52
-10	0.684282	0.4
-12	0.656134	0.28
-14	0.633121	0.16
-16	0.61409	0.04
-18	0.598202	-0.08
-20	0.584832	-0.2



## 正负护甲公式整合起来看

护甲	伤害效果
-10	1.461385
-8	1.390431
-6	1.31013
-4	1.219251
-2	1.1164
0	1
2	0.892857
4	0.806452
6	0.735294
8	0.675676
10	0.625



发现：护甲在一定取值范围内，护甲对伤害影响近似呈线性的

## 4.4 魔兽世界

$$\text{伤害} = \text{总伤害} * (1 - \text{护甲减免})$$

$$\text{护甲减免} = 0.75 * \text{护甲} / (\text{护甲} + 85 * \text{等级} + 400)$$

↓

$$\text{伤害} = \text{总伤害} / (1 + 3 * \text{护甲} / (\text{护甲} + 340 * \text{等级} + 1600))$$

回顾魔兽争霸III公式

$$\text{伤害} = \text{护甲类型修正} * \text{原始伤害} / (1 + 0.06 * \text{护甲})$$

↓

$$\text{伤害} = \text{伤害} / (1 + F(\text{护甲}, \text{等级}))$$

本质相同，差异点体现游戏设计需要

# 1. 极限值需求

魔兽争霸III：数值投放产生极值

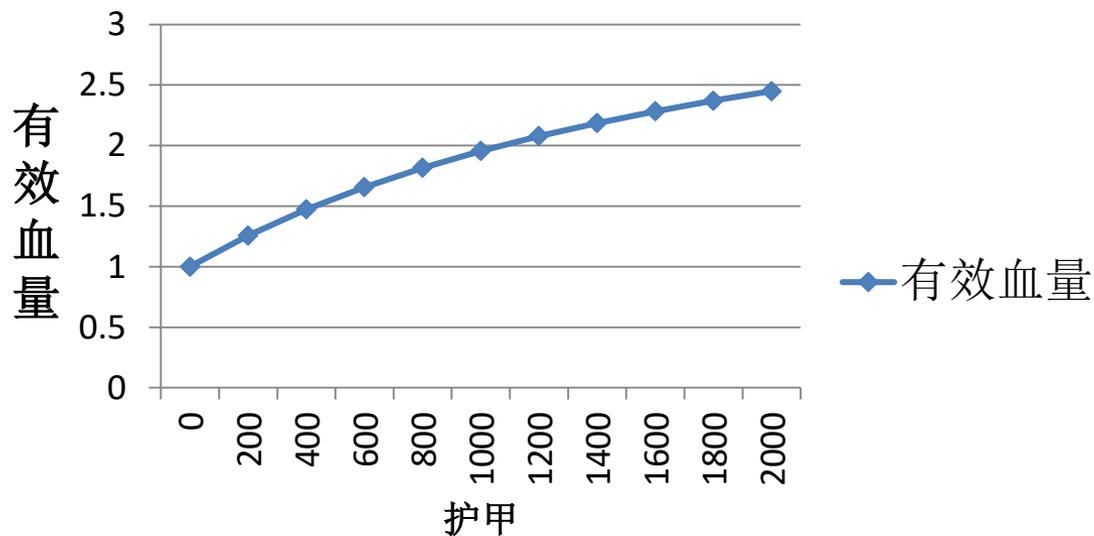
$$1 + 0.06 * \text{护甲} \quad \text{护甲} \leq 20 \quad \rightarrow \quad \text{极限值} = 2.2$$

魔兽世界：公式本身有极值

$$1 + 3 * \text{护甲} / (\text{护甲} + 340 * \text{等级} + 1600) \quad \rightarrow \quad \text{极限值} = 4$$

护甲	等级	魔兽世界
0	1	1
200	1	1.25641
400	1	1.472441
600	1	1.656934
800	1	1.816327
1000	1	1.955414
1200	1	2.077844
1400	1	2.186441
1600	1	2.283422
1800	1	2.370558
2000	1	2.449275

魔兽世界1级角色护甲对有效血量



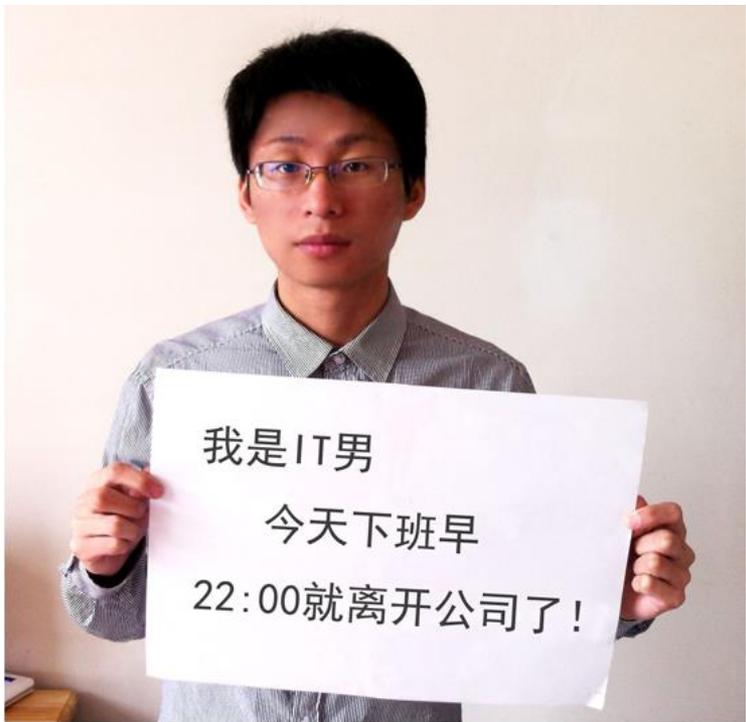
## 2.等级成长需求

分析：属性成长效应，属性和刀数（KO）的矛盾



引申：属性成长的绝对性和相对性

玩家等级	怪物血量	火球伤害	存活刀数	火球强化后	存活刀数
1	500	100	5	125	4
2	1000	200	5	250	4
3	1500	300	5	375	4
4	2000	400	5	500	4
5	2500	500	5	625	4
6	3000	600	5	750	4
7	3500	700	5	875	4
8	4000	800	5	1000	4
9	4500	900	5	1125	4
10	5000	1000	5	1250	4



留本地：月薪12K，房屋均价12K

每月1.0平米 **绝对成长**

去一线：月薪25K，房屋均价50K

每月0.5平米 **相对成长**

二线城市：月薪8K

每月0.67平米



## 4.5 公式设计总结

1.公式为效果服务

2. 吃透现有的经典公式

3. 简单自有它的道理

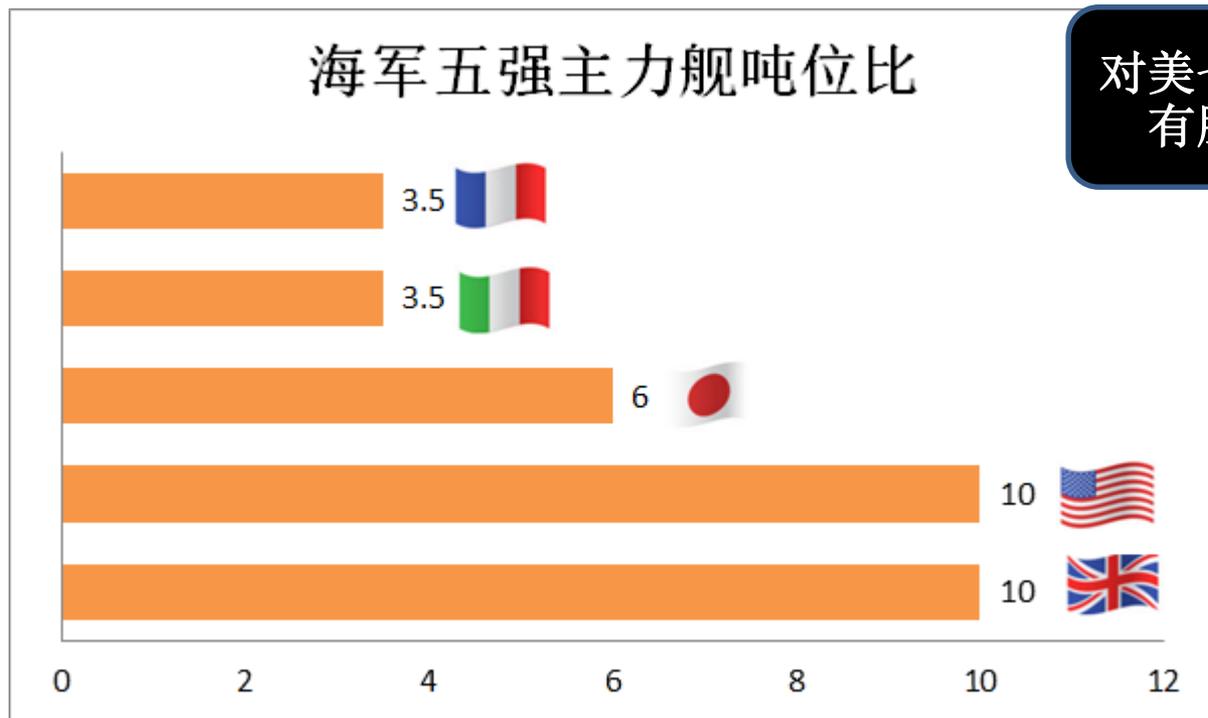
4.减法公式易理解，防御价值不稳定

5.除法公式易把控，防御价值稳定

# 5.多单位之间的战斗

## 5.1 引子：华盛顿条约（1922-1936）

时代背景：军备竞赛，财政负担，无力承受



对美七成方  
有胜算



日方主代表：加藤友三郎  
时任海军大臣

## 5.2 一场5V4的战斗



5名CT

VS



4名T

单人挨5枪就挂!

战斗过程表

回合/人数	未受伤CT	受伤CT	未受伤T	受伤T
0	5	0	4	0
1	4	1/5	3	0
2	3	3/5	2	0
3	3	1/5	1	1/5
4	2	4/5	0	2/5
5	2	2/5	0	0

## 5.3 多单位战斗数学模型：伤害相等

双方参战人数： $X_0, Y_0, X_0 \geq Y_0$

单人伤害输出能力： $A$ ，例如5枪杀死1人，则 $A = 0.2$

微分方程

$$\frac{dx}{dt} = -Ay \quad \text{①}$$

$$\frac{dy}{dt} = -Ax \quad \text{②}$$

假设在战斗刚开始时，即 $t = 0$ 时， $x = X_0, y = Y_0$

方程求解过程略过，解如下：

$t = 0.5/A * \ln((X_0 + Y_0)/(X_0 - Y_0))$  -----双方人数 $X$ 、 $Y$ 随时间 $t$ 变化

$x = \sqrt{X_0^2 - Y_0^2}$  -----败方全灭，胜方剩余人数

**胜负关键值：人数的平方**

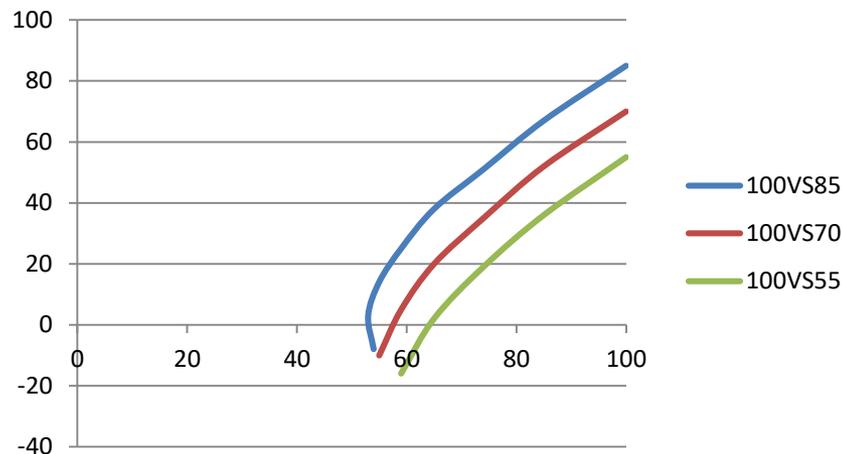
**结论：多单位战斗，如果所有个体伤害输出能力相同，数量的平方是关键值，该值大者胜；胜方剩余数量等于“双方关键值的差后再开方”**

←←←**结论党需要记住**

## 100名CT分别对阵90、80、70名T的战斗过程

伤害输出	CT初始数	T初始数	T初始数	T初始数
0.2	100	85	70	55
回合	CT剩余数	T剩余数	T剩余数	T剩余数
0	100	85	70	55
1	85	67	52	36
2	74	51	35	19
3	65	38	20	2
4	59	25	5	-16
5	55	14	-10	-33
6	53	3	-25	-52
7	54	-8	-40	-73
8	56	-19	-58	-96

不同人数对战过程



法国福熙元帅

### 福熙模型

如果红军兵力是蓝军的2倍，每人每分钟射出的子弹数一定，那么在相同时间内红军射出子弹数是蓝军的2倍。如果每发子弹命中率一定，那么相同时间内蓝军的阵亡数量就是红军的2倍，而这将进一步加大两军的数量差距，直到蓝军全灭。

## 5.4多单位战斗数学模型：伤害不等

双方参战人数： $X_0, Y_0, X_0 \geq Y_0$

单人伤害输出能力： $A、B, A$ 和 $B$ 可能不相等

微分方程

$$\frac{dx}{dt} = -Ay \quad ①$$

$$\frac{dy}{dt} = -Ax \quad ②$$

在战斗刚开始时，即 $t = 0$ 时， $x = X_0, y = Y_0$

方程求解过程略过，解如下：

$t = 0.5/\sqrt{AB} * \ln(X_0+Y_0)/(X_0-Y_0)$  -----双方人数 $X、Y$ 随时间 $t$ 变化

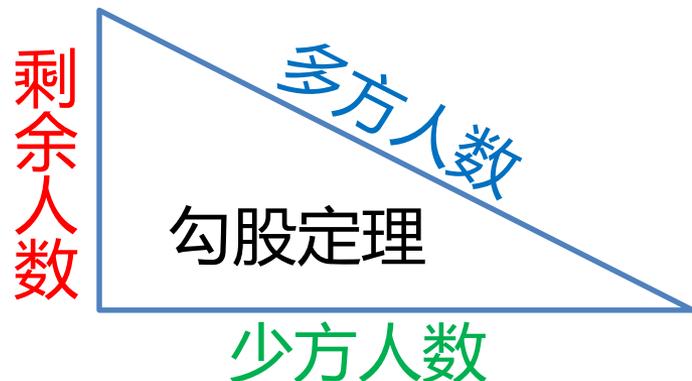
$x = \sqrt{(AX_0^2 - BY_0^2)/A}$  -----败方全灭，胜方剩余人数

如果 $AX_0^2 > BY_0^2$ ，则 $C$ 胜，反之 $T$ 胜利

**胜负关键值：伤害输出与人数的平方的积**

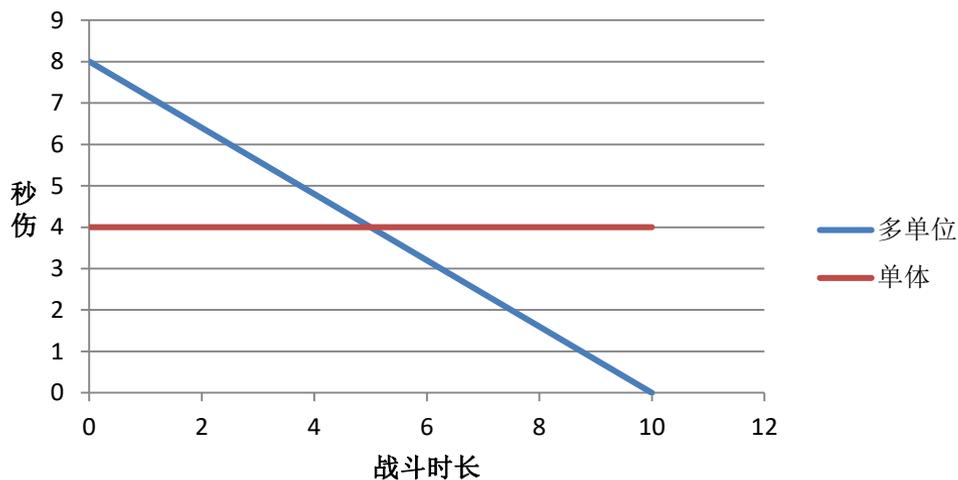
**结论：不同战力的多单位战斗，伤害输出与人数平方乘积是关键值，关键数值大者胜；胜方剩余人数等于“双方关键数值之差与胜方伤害输出的商再开方”**

←←←结论党需要记住

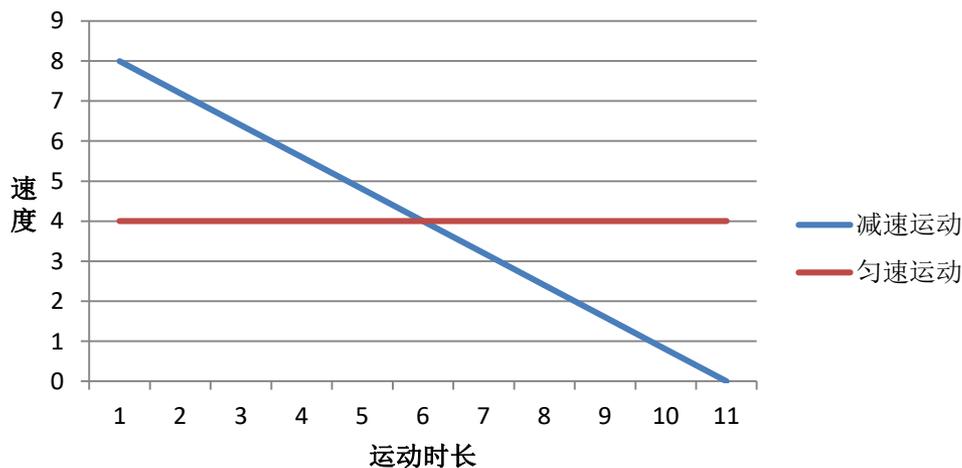


# 5.5多单位的战斗力

多单位和单个的伤害输出



减速和匀速运动的距离



单体伤害输出稳定不变

多单位伤害输出不是固定值，  
随剩余人数线性降低

面积法

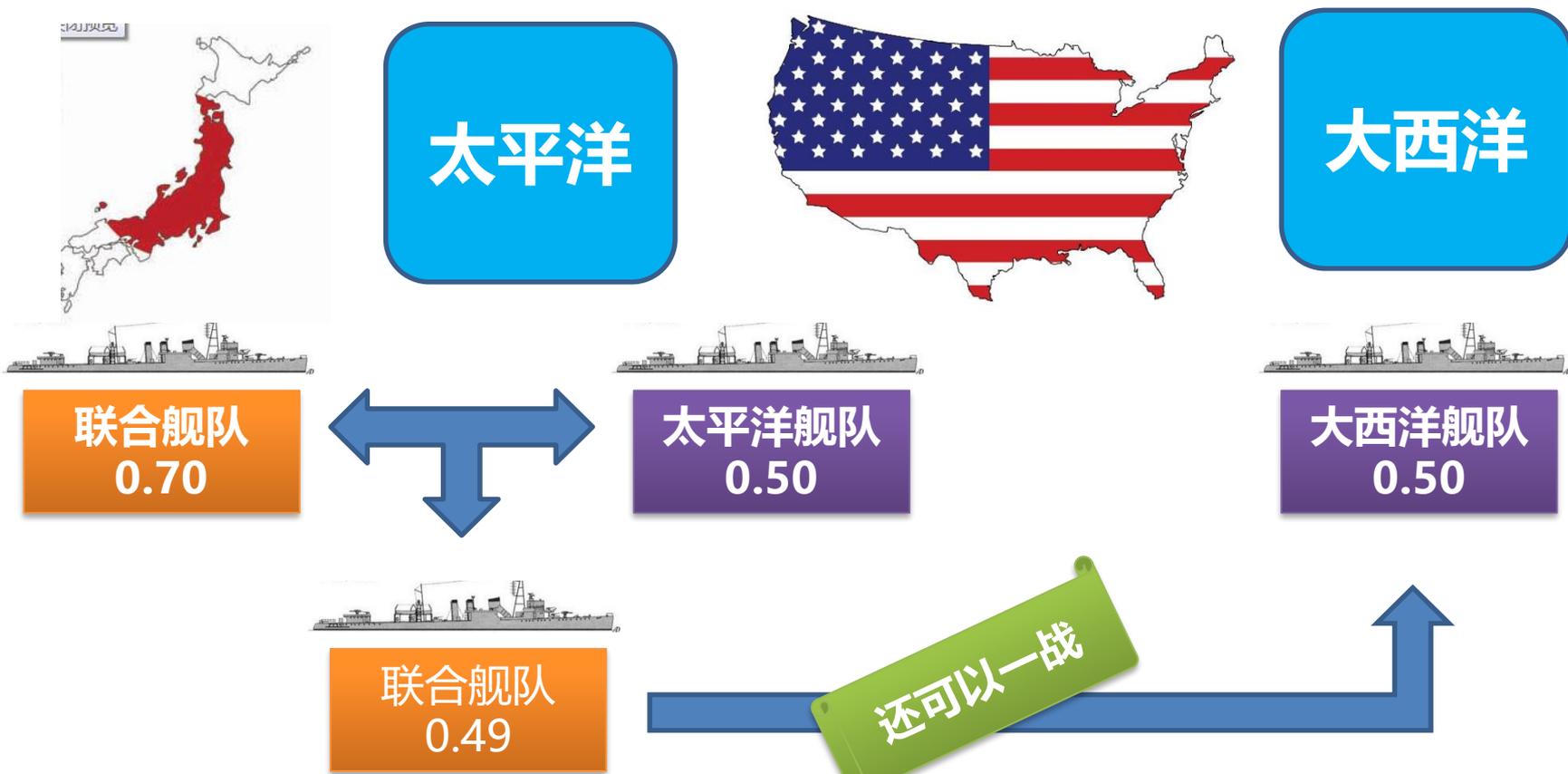
单个面积 = 秒伤 \* 战斗时长  
= 秒伤 \* 血量

多单位面积 = 最大秒伤 \* 战斗  
时长 \* 0.5 = (人数 \* 秒伤)  
\* (人数 \* 血量) \* 0.5 =  
0.5 \* 秒伤 \* 血量 \* 人数<sup>2</sup>

多单位的战斗力等于秒伤、血  
量、人数平方三者乘积的一半

←←结论党需要记住

# 5.6 回看华盛顿条约



SCENE  
09 未能实现的“对美七成”战力  
“海军假日”的降临  
■大正11年(1922).2.6-昭和5年(1930).4.22

日本弥补对美不足七成兵力措施  
违约舰、小船扛大炮、单舰优势  
 $AX_0^2 > BY_0^2$ , 由于  $X_0 < Y_0$ , 只好拼命提升A

## 5.7 多单位战斗模型运用

凭你几路来，  
我只一路去



清太祖·努尔哈赤

**萨尔浒战役**

集中优势兵力  
打歼灭战，反  
对平分兵



**解放战争**

我只指挥优势  
兵力去战胜敌  
人



**拿破仑战争**

# 6.总结

## 6.1 数学理论

1.战斗力(1v1) = 血量 \* 秒伤

2.减法公式攻击收益趋势在降低, 防御收益趋势在增加

3. $2 * X / (X + Y)$ 以及变种的数值可控

4. 战斗力(nVn) =  $0.5 * \text{血量} * \text{秒伤} * \text{数量}^2$

5. nVn胜方剩余数量 = 双方数量的平方差后再0.5次方

6. 战斗力 = 伤害输出对有效血量的积分

## 6.2 数值工作步骤

1.确定要什么效果

→这是一切源头

2.用关键节点数值

→描绘骨架

3.解应用题，搭建数学模型

→填充肉身

4.用工具管理数据

→为数据安家

5.亲自到游戏中去体验

→微观个体体验证

6.数据跟踪

→宏观大数据验证

7.数据调整

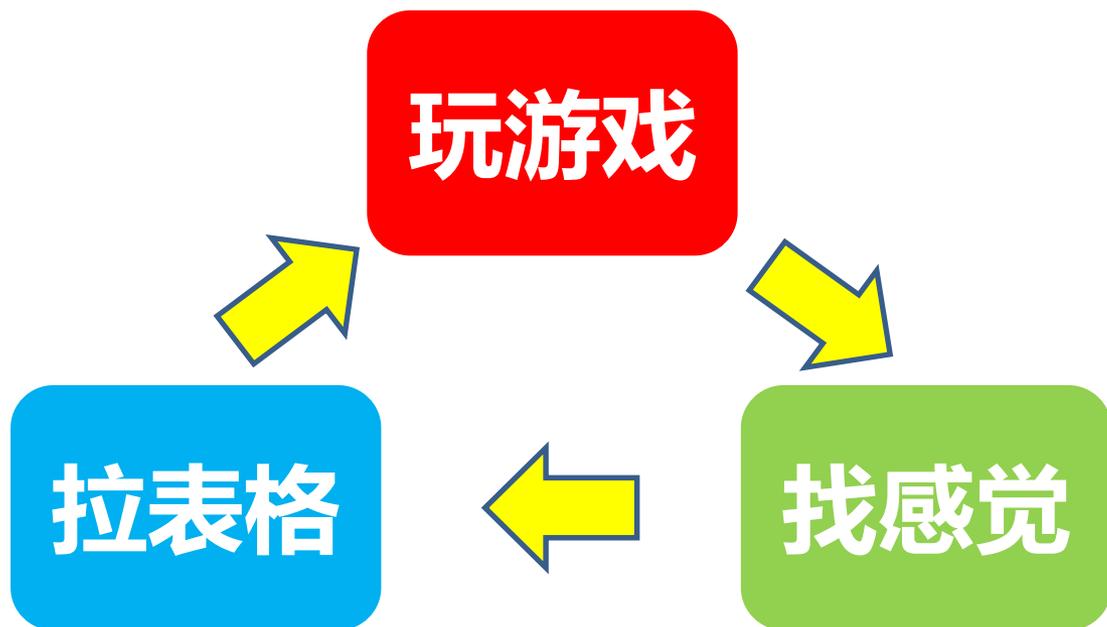
→有理有据，有的放矢

说了这么多



然而并没有什么卵用

因为需要你去亲自实践!



## GAD暑期训练营

# THANKS

